

令和 8 年度大学入学共通テスト 数学 I・数学 A 解答解説

GTS

実施日：2026/1/18 作成日：2026/1/19

第 1 問

[1] $U = \{2, 3, \dots, 20\}$ を全体集合とする。

(1) $a = 3, b = 4$ のとき,

$$A = \{k \in U \mid k \text{ は } 3 \text{ の倍数}\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \quad (\textcircled{6} \text{ ア})$$

$$B = \{k \in U \mid k \text{ は } 2 \text{ の倍数}\} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} \quad (\textcircled{8} \text{ イ})$$

また,

$$A \cap B = \{6, 12, 18\} \quad (\textcircled{3} \text{ ウ})$$

$$A \cap \overline{B} = \{3, 9, 15\} \quad (\textcircled{2} \text{ エ})$$

である。

(2) (i) \overline{A} の要素に 2 の倍数も 3 の倍数もないということは A が U 内のすべての 2 の倍数と 3 の倍数を含んでいるということである。すなわち, a 6 の倍数である。 $2 \leq a \leq 9$ の範囲でこれを満たすのは $a = \underline{6}$ オ である。

(ii) $A \cap \overline{B} = \{5\}$ であるとき,

まず, 5 が A に含まれることより a は 5 の倍数であるから, $a = \underline{5}$ カ である。このとき $A = \{5, 10, 15, 20\}$ となる。

次に, $A \cap \overline{B} = \{5\}$ より, 5 は \overline{B} の要素である。すなわち, 5 は B に含まれない。

かつ, A の他の要素 10, 15, 20 は \overline{B} に含まれない, すなわち 10, 15, 20 は B に含まれる。

以上より, b は 5 と互いに素であり, かつ 10, 15, 20 と 1 以外の公約数をもつ必要がある。

これを満たす $2 \leq b \leq 9$ の自然数は $b = \underline{6}$ キ である。

[2]

(1) 四角形 ABCD の面積 S について

$$S_1 = \triangle ABD = \frac{1}{2} \underline{\mathbf{AB \cdot AD}} \quad (\textcircled{1} \text{ ク}) \sin A$$

$$S_2 = \triangle BCD = \frac{1}{2} \underline{\mathbf{BC \cdot CD}} \quad (\textcircled{1} \text{ ケ}) \sin C$$

$A + C = B + D$ かつ四角形の内角の和は 360° より, $2(A + C) = 360^\circ$ なので $A + C = \underline{180^\circ}$ (4) コ となる。

よって $\sin C = \sin(180^\circ - A) = \sin A$ となるので

$$S = S_1 + S_2 = \frac{1}{2} (\underline{\mathbf{AB \cdot AD + BC \cdot CD}}) \quad (\textcircled{1} \text{ キ}) \sin A$$

(2) (i) $PK = 12, QL = 9$ のとき,

円 O の半径は $r = 6$ であるから, 四角形 PMOK の面積は

$$\triangle PMO + \triangle PKO = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 6 \right) = \underline{72} \text{ ク }$$

である。

このことと, (1) を用いると $\sin P = \frac{2 \cdot 72}{PM \cdot PK + KO \cdot MO} = \frac{2 \cdot 72}{144 + 36} = \frac{4}{5}$ セ。

同様に, $\sin Q = \frac{2 \cdot 54}{81 + 36} = \frac{12}{13}$ タチ ツテ。

$\triangle PQR$ において正弦定理より $PR : QR = \sin Q : \sin P = \frac{12}{13} : \frac{4}{5} = \underline{15}$ トナ : 13 ニヌ。

次に, 内接円の性質から, $PK = PM, QM = QL, RK = RL$ であるから, $RL = k$ とおくと

$$PQ : QR = (PK + RK) : (QL + RL) = (12 + k) : (9 + k) = 15 : 13$$

これより, $13(12+k) = 15(9+k)$ となるので, これを解くと $k = RL = \frac{21_{ネノ}}{2_{ハ}}$ 。

(ii) (i) と同様にして, $\sin P = \frac{12\sqrt{2}}{17}, \sin Q = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ となるので, $PR : QR = 17 : 18$ 。

このとき $PR = 17k, QR = 18k$ とおくと,

点 R は, 直線 PQ に関して点 O と反対側にあるから, $RK = RP + PK = 17 + 4\sqrt{2}, RL = RQ + QL = 18k + 3\sqrt{3}$ 。

$RK = RL$ であるから $17k + 4\sqrt{2} = 18k + 3\sqrt{2}$ を解いて, $k = \sqrt{2}$ 。

よって $RL = 18\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = \underline{21_{ヒフ}}\sqrt{2_{ハ}}$ となる。

第 2 問

[1]

- (1) 2 次関数 $y = 2x^2 - 8x + 5$ の平方完成を行うと、

$$y = 2(x^2 - 4x) + 5 = 2(x - 2)^2 - 8 + 5 = 2(x - 2)^2 - 3$$

となる。頂点は $(2, -3)$ であり、下に凸の放物線である。

定義域が $0 \leq x \leq 3$ であるから、軸 $x = 2$ は定義域に含まれる。

よって、最小値は頂点でとる。

- 最小値: $x = \underline{2}$ のとき $\underline{-3}$ 。

最大値は、軸 $x = 2$ から最も遠い端点でとる。 $x = 0$ と $x = 3$ を比較すると、 $|0 - 2| = 2, |3 - 2| = 1$ より $x = 0$ の方が軸から遠い。

- 最大値: $x = \underline{0}$ のとき $y = \underline{5}$ 。

- (2) (i) 条件 1 について考える。「 $x = -1$ で最大値 3 をとる」とことより、グラフは上に凸であり、頂点の座標が $(\underline{-1}, \underline{3})$ である。

このとき、関数は $f(x) = a(x + 1)^2 + 3$ ($a < 0$) とおける。

さらに、定義域 $-3 \leq x \leq 0$ において「 $x = -3$ で最小値 -5 をとる」ことから、

$$f(-3) = a(-3 + 1)^2 + 3 = 4a + 3 = -5$$

$$4a = -8 \quad \therefore a = -2$$

したがって、求める 2 次関数は

$$f(x) = -2(x + 1)^2 + 3 = -2(x^2 + 2x + 1) + 3 = \underline{-2x^2 - 4x + 1}$$

となる。

(ii) 条件 2 について考える。関数 $y = g(x)$ ($0 \leq x \leq a$) の最小値 m について、「 $a \geq 3$ ならば $m = -2$ (一定)」となることから、放物線の軸より右側に範囲が広がっても最小値が変わらない、すなわち頂点が最小値を与えていると考えられる。

また「 $0 < a < 3$ ならば $m > -2$ 」であることから、 $x < 3$ の範囲には頂点が含まれていない。

以上より、この放物線の頂点の x 座標は 3、 y 座標は -2 であり、グラフは 下に凸 であることがわかる。

頂点が $(3, -2)$ なので、 $g(x) = k(x - 3)^2 - 2$ ($k > 0$) とおける。

次に最大値 M に着目する。「 $0 < a \leq 6$ ならば $M = 7$ 」とある。

下に凸で軸が $x = 3$ の場合、区間 $0 \leq x \leq a$ ($a \leq 6$) における最大値は、軸から遠い端点 $x = 0$ でとるはずである (a が 6 を超えると $x = a$ 側が最大になる)。

よって $g(0) = 7$ であるから、

$$k(0 - 3)^2 - 2 = 7 \quad \Rightarrow \quad 9k = 9 \quad \Rightarrow \quad k = 1$$

したがって

$$g(x) = 1(x - 3)^2 - 2 = x^2 - 6x + 9 - 2 = \underline{x^2 - 6x + 7}$$

- (3) 条件 3 について考える。定義域は $b - 1 \leq x \leq b + 1$ という幅 2 の区間である。この区間における最大値 M が

- $1 \leq b \leq 7$ のとき $M \geq 0$
- $b < 1$ または $b > 7$ のとき $M < 0$

である。 $M < 0$ となる場合があることから、グラフ全体が常に正ではない。また、区間をスライドさせたときに最大値の正負が切り替わる境界に注目する。

$b = 1$ のとき、区間は $0 \leq x \leq 2$ であり、このとき $M = 0$ となる。

これは区間の端点などで関数値が 0 になっていることを示唆する。

$b = 7$ のとき、区間は $6 \leq x \leq 8$ であり、このとき $M = 0$ となる。

条件の対称性と、「範囲外では $M < 0$ 」という性質から、グラフは上に凸であり、 $h(x) \geq 0$ となる x の範囲が有限であることがわかる。

具体的には、 $b = 1$ のときの右端 $x = 2$ と、 $b = 7$ のときの左端 $x = 6$ が、 $h(x) = 0$ となる点 (x 軸との共有点) であると推測できる。

実際、 $h(x) \geq 0$ となる範囲が $2 \leq x \leq 6$ であれば、

区間 $b - 1 \leq x \leq b + 1$ がこの範囲と少しでも重なれば (あるいは端点が接すれば) 最大値は 0 以上になる。

区間の右端 $b + 1 = 2$ ($b = 1$ のとき)、区間の左端 $b - 1 = 6$ ($b = 7$ のとき)。

この範囲 $1 \leq b \leq 7$ で $M \geq 0$ が成り立つ。

よって、 x 軸との共有点の x 座標は 2 および 6 である。

[2]

(1) 図 1 (T 前と T 後)、図 2 (T 前と T 前後) の散布図についての考察。

- (a) 「T 前が 470 未満」の領域で考える。図 1 を見ると、T 後が 460 以上の点は複数ある。図 2 を見ると、T 前後が 460 以上の点はそれよりも少ない (T 前後は T 前と T 後の平均なので、T 前が小さいと平均も小さくなりやすいため)。具体的に点を数え上げると一致しないことがわかる。よって (a) は誤り。

- (b) A の点は、T 前が大きく、T 後が小さい位置にある (図 1 で右下)。T 前後は $(T前 + T後)/2$ である。

A は直線 $y = x$ より下側 ($T前 > T後$) にあるため、平均値 T 前後 は $T後 < T前後 < T前$ を満たす。

記述は「 $T後 < T前後$ かつ $T前 > T前後$ 」と言い換えられるので、これは正しい。

以上より、正しい組合せは (a) 誤、(b) 正の ② である。

(2) 相関係数 r の定義式 $r = \frac{\text{(共分散)}}{\text{(T 前の標準偏差)} \times \text{(T 前後の標準偏差)}}$ に値を代入する。

$$r = \frac{72.9}{8.3 \times 9.3} = \frac{72.9}{77.19} \approx 0.944 \dots$$

最も近い値は 0.94 であるから、⑥ が選ばれる。

*実際には、 $r = \frac{72.9}{77.19}$ から $r \approx \frac{73}{77} \approx 0.948 \dots$ と考えると良い。

(3) (i) 1 位の選手のデータについて。外れ値の基準値が 29.315 (下限) と 29.835 (上限) と与えられている。四分位範囲を IQR とすると、定義より

$$\text{(第 1 四分位数 } Q_1) - 1.5 \times \text{IQR} = 29.315$$

$$\text{(第 3 四分位数 } Q_3) + 1.5 \times \text{IQR} = 29.835$$

この 2 式の差をとると

$$(Q_3 + 1.5\text{IQR}) - (Q_1 - 1.5\text{IQR}) = 29.835 - 29.315$$

$$(Q_3 - Q_1) + 3\text{IQR} = 0.52$$

ここで $Q_3 - Q_1 = \text{IQR}$ であるから

$$4\text{IQR} = 0.52 \quad \therefore \text{IQR} = 0.13$$

よって四分位範囲は 0.13 秒である。

(ii) 図 3 の箱ひげ図の読み取り。

- (a) 「29 秒より速いタイムはすべて外れ値である」。図 3 の 28 位などの箱ひげ図を見ると、29 秒より左側 (速い側) にヒゲが伸びている (外れ値の丸印ではない実線部分がある) 選手がいる。よって誤り。

- (b) 「分散の大きい選手 (上の方) の四分位範囲は、分散の小さい選手 (下の方) の四分位範囲より小さいことがある」。分散はデータの散らばりを表すが、外れ値の影響を強く受ける。一方、四分位範囲は箱の長さであり中間 50% の散らばりを表す。図 3 の上位 (分散大) の選手の中に箱の長さが短い選手がおり、下位 (分散小) の選手の中に箱が比較的長い選手がいるかを確認すると、そのようなペアは存在する。よって正しい。

したがって、正しい組合せは (a) 誤、(b) 正の ② である。

(iii) 表 2 と図 3 を照らし合わせる。決勝進出グループ (1 位~8 位) かつ分散が小さい方から 14 番目 (図 3 の上半分) に含まれる人数を数える。図 3 の、上半分 (1 番~14 番目) にある順位を確認すると、1 位、2 位、3 位、4 位、5 位、6 位、8 位の 7 名が含まれている (7 位は下半分にある)。よって $n = \underline{7}$ であり、明らかに $P > \underline{①} + Q$ となる。

第3問 AB = AC = 10, BC = 12 の二等辺三角形について考える。

- (1) I は $\triangle ABC$ の内心であり, 二等辺三角形の頂角 A の二等分線は底辺 BC を垂直に二等分する。内心 I はこの線上にあるため, 直線 AI は BC の中点を通る。また, 直線 BI は $\angle ABC$ の二等分線である。

よって「直線 BI が $\angle ABC$ を 2 等分する」という性質 (②ア) を用いる。

$\triangle ABD$ において, 線分 BI は $\angle B$ の二等分線であるから,

$$AI : ID = AB : BD$$

ここで D は BC の中点なので $BD = 12 \div 2 = 6$ 。

$$AI : ID = 10 : 6 = 5 : 3$$

よって, 三平方の定理より $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ であるから,

AI 5イ, ID = 3ウ であることがわかる。

また, $\angle PED = \angle PID$ であることから, 円周角の定理の逆より, 4 点 E, I, D, P ④エ は同一円周上にある。

この円に関して, 点 A を基準とする方べきの定理を適用すると

$$AE \cdot AP = AI \cdot AD$$

ここで $AD = 8$ より $AI = \frac{5}{8}AD = 5$ 。よって $AE \cdot AP = 5 \times 8 = \underline{40}$ オカ となる。

- (2) (i) 仮定 1: $IF : FP = 3 : 2$ のとき,

$\triangle API$ と 直線 DE に関して, メネラウスの定理より

$$\frac{AE}{EP} \cdot \frac{PF}{FI} \cdot \frac{ID}{DA} = 1$$

$AI : ID = 5 : 3, IF : FP = 3 : 2$ であるから,

$$\frac{AE}{EP} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} = 1 \Rightarrow \frac{AE}{EP} \cdot \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow \frac{AE}{EP} = 4$$

よって $PE : EA = \underline{1キ} : \underline{4ク}$ である。

これより $AE = \frac{4}{5}AP$ 。

(1) の結果 $AE \cdot AP = 40$ に代入して

$$\frac{4}{5}AP^2 = 40 \Rightarrow AP^2 = 50 \Rightarrow AP = 5\sqrt{2}$$

したがって $AP = \underline{5ケ} \sqrt{\underline{2コ}}$ 。

次に体積 V_1 を求める。点 G は $\triangle IBC$ の重心である。

点 P は G を通り底面に垂直な直線上にあるので, 高さ $h = PG$ を求めればよい。

$\triangle AGP$ は直角三角形であり, $AP^2 = AG^2 + PG^2$ 。

まず AG を求める。

G は $\triangle IBC$ の重心なので, 中線 ID を 2 : 1 に内分する点である。

よって $IG = \frac{2}{3}ID = \frac{2}{3} \times 3 = 2$ 。

A, I, G, D は一直線上にあるから, $AI = 5, IG = 2$ より $AG = 5 + 2 = 7$ となるので, $PG^2 = AP^2 - AG^2 = 50 - 49 = 1$

に代入して PG について解くと, 高さ $PG = 1$ 。また, 底面積 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$ より

体積 $V_1 = \frac{1}{3} \times 48 \times 1 = \underline{16}$ サシ。

- (ii) 仮定 2: $IF : FP = 1 : 3$ のとき,

同様にメネラウスの定理を用いる。

$$\frac{AE}{EP} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{3}{8} = 1 \Rightarrow \frac{AE}{EP} = \frac{8}{9}$$

よって $AE = \frac{8}{17}AP$ より, $AE \cdot AP = \frac{8}{17}AP^2 = 40 \Rightarrow AP^2 = 85$ となるので, 高さ $PG' = \sqrt{85 - 49} = \sqrt{36} = 6$ 。

このときの体積 V_2 は, 高さが V_1 のときの 6 倍になっているので, $V_2 = 16 \times 6 = 96$ 。比をとると $V_2 : V_1 = 96 : 16 =$

6ス : 1セ。 V_2 は V_1 より大きい ② ッ。

第4問 A, B, C (3人) または A, B, C, D (4人) のリーグ戦と優勝確率を求める。

(1) 3人リーグ戦の場合。(i) A が2勝0敗で優勝する確率は、A が2連勝する確率である。

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

(ii) A が1勝1敗で優勝するのは、3人が1勝1敗で並び(三すくみ)、かつ抽選でAが選ばれる場合である。

A が1勝1敗となるのは、「Bに勝ち、Cに負ける」または「Bに負け、Cに勝つ」の2通り。

例えば「AがBに勝ち、Cに負ける」確率は $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$ 。

このとき三すくみになるには、BがCに勝つ必要があり、その確率は $\frac{1}{2}$ 。

よって、このパターンの確率は $\frac{2}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{9}$ 。

このときAが抽選で優勝する確率は $\frac{1}{3}$ 。

よって確率は、Aが勝つ相手はB, Cの2通りであることに注意すると、 $\frac{1}{9} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{27}$ 。(i)と(ii)より、Aが優勝する確率は

$$\frac{4}{9} + \frac{2}{27} = \frac{12+2}{27} = \frac{14}{27}$$

である。

(2) 4人リーグ戦の場合。(i) 全敗する人がいる場合。例えばDが全敗する確率は、A, B, Cすべてに負ける確率なので

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

Dが全敗する場合、Dとの対戦は全員勝利となるため、A, B, C間の勝敗のみで優勝が決まる。

このときAが2勝1敗で優勝するという事は、Aが対Dで勝利し、A, B, C間で1勝1敗となり、かつ優勝することと同値である。

これは(1)(ii)の状況と同じである。

「Dが全敗する」事象と「A, B, C間の勝敗」は独立であるため、Dが全敗し、かつAが2勝1敗で優勝する確率は

$$(\text{D全敗の確率}) \times (\text{A,B,C間でAが1勝1敗優勝する確率}) = \frac{1}{6} \times \frac{2}{27} = \frac{1}{81}$$

全敗者はB, C, Dの3通りある(Aは2勝1敗なので全敗しない)。

どの全敗者の場合も確率は同じであるため、求める確率は

$$3 \times \frac{1}{81} = \frac{1}{27}$$

(ii) 全敗する人がいない場合で、Aが2勝1敗で優勝する場合を考える。

AがBに負ける場合の対戦結果を考える。Aの勝敗は「負B, 勝C, 勝D」で、この確率は $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{27}$ 。

残り3試合(B-C, C-D, D-B)の結果は $2^3 = 8$ 通り。

このうち「全敗者がおらず」かつ「Aが優勝できる(最多勝タイ)」パターンを数え上げる。

Aが2勝1敗で、全敗者がいない場合、勝敗数は「2勝1敗が2名以上」となる必要がある(3勝0敗がいるとA優勝不可)。

- B勝C, C勝D, D勝B → B(2勝), C(1勝), D(1勝)。A, Bが2勝1敗で並ぶ。
- C勝B, D勝C, B勝D → B(2勝), C(1勝), D(1勝)。A, Bが2勝1敗で並ぶ。
- C勝B, D勝C, D勝B → B(1勝), C(1勝), D(2勝)。A, Dが2勝1敗で並ぶ。
- C勝B, C勝D, B勝D → B(1勝), C(2勝), D(0勝)。D全敗で不適。
- C勝B, C勝D, D勝B → B(1勝), C(2勝), D(1勝)。A, Cが2勝1敗で並ぶ。

条件を満たす対戦結果は4通りである。

この4パターンの確率はそれぞれ $\frac{4}{27} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{54}$ 。

優勝者は2人の抽選で決まるため、Aが優勝する確率は $\frac{1}{2}$ 。

よって、「AがBに負け...優勝する」確率は $4 \times \frac{1}{54} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{27}$ 。

Aが負ける相手はB, C, Dの3通りあり、確率はすべて同じなので、

$$3 \times \frac{1}{27} = \frac{1}{9}$$

(i) と (ii) より、Aが2勝1敗で優勝する確率は

$$\frac{1}{27} + \frac{1}{9} = \frac{4}{27}$$

Aが3勝0敗で優勝する確率は $(\frac{2}{3})^3 = \frac{8}{27}$ 。

よって、Aが優勝する確率は

$$\frac{4}{27} + \frac{8}{27} = \frac{12}{27} = \frac{4}{9}$$

(1) の結果 $\frac{14}{27}$ と比較すると

$$\frac{4}{9} = \frac{12}{27} < \frac{14}{27}$$

なので、4人のときの方が、 $\frac{14}{27} - \frac{12}{27} = \frac{2}{27}$ だけ ① 小さい。

。