实数

自然数と整数

- 自然数（natural number）
  $1, 2, 3, 4, 5 \cdots$ など数えられる数。
  高校では、0 を入れないが、大学以降では入れることもある。
  加法と乗法で閉じている。
- 整数（integer）
  自然数に 0 およびマイナスを付けた自然数を合わせた数。
  加法と減法、乗法で閉じている。
- 閉じている：その数の範囲内で計算ができる。

有理数

- 有理数（rational number）
  ratio は「比」という意味（名詞）で、rational で「比の」という意味（形容詞）になる。一般的には、「合理的な、理性的な、分別ある」という意味で使われている。
  有理数は、
  　比で表せる数　→　分数の形で表せる数
  という意味である。
  四則計算（加法、減法、乗法、除法）で閉じている。

小数

- 有限小数（finite decimal）
  小数第何位かで表される小数
- 無限小数（infinite decimal）
  小数点以下の数字が無限に続く小数
- 循環小数（circulating decimal, recurring decimal）
  いくつかの数字の配列が繰り返される小数

有理数の性質

- 有理数は、整数、有限小数、循環小数のいずれかで表される。
- 整数は有理数であり、有限小数や循環小数も、必ず分数の形で表され、有理数である。

無理数

- 無理数（irrational number）
  分数では表せない数。循環しない無限小数である。
  $\sqrt{2}, \pi$ が無理数の例としてあげられる。
  実は、有理数より無理数の方がたくさんある。

実数（real number）との包含関係

実数

有理数

$\frac{1}{3}, 0.2, -\frac{4}{5}, -\frac{9}{13}, \cdots$

整数

$\cdots, -3, -2, -1, 0$

自然数

$1, 2, 3, 4, \cdots$

無理数

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \pi, \cdots$

$\log_2 3$（数学II）

e（数学III）

絶対値（ absolute value ）の性質

- $|a| \geqq 0$
- $a \geqq 0$ のとき $|a| = a$
- $a < 0$ のとき $|a| = -a > 0$
- 絶対値の中に文字があるときは要注意
  （中の数がプラスなのかマイナスなのか調べる必要がある）

平方根（square root）

- $a \geqq 0$ のとき $(\sqrt{a})^2 = (-\sqrt{a})^2 = a,\ \sqrt{a} \geqq 0$
- $\sqrt{a^2} = |a|$
- ２重根号 $a > 0, b > 0$ とする。

$$\sqrt{(a+b) + 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$a > b$ のとき $\sqrt{(a+b) - 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

式の値

- 式の値の問題の式は、対称式か交代式になっている。
- **全ての対称式は、基本対称式で表される。**
- ２変数 x, y の基本対称式は $x + y, xy$

  $y = \frac{1}{x}$ として考える問題も頻出。
- ３変数 x, y, z の基本対称式は $x + y + z, xy + yz + zx, xyz$
- 式の値を求めるときは、まず基本対称式を求めると計算しやすくなる。

式の値についての公式集①

- $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$
- $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$
  $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$ も使える。
- $x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2(xy)^2$
- $x^5 + y^5 = (x^3 + y^3)(x^2 + y^2) - (xy)^2(x+y)$
- 一般に、 $x^n + y^n = (x+y)(x^{n-1} + y^{n-1}) - xy(x^{n-2} + y^{n-2})$
- $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$　（$x-y$ を求めるときに使う）

式の値についての公式集②

- $x^2 + \ y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)$
- $x^3 + y^3 + z^3$
  $= (x + y + z)^3 - 3(x + y + z)(xy + yz + zx) + 3xyz$
- 一般に、 $x^n + y^n + z^n = (x + y + z)(x^{n-1} + y^{n-1} + z^{n-1})$
  $- (xy + yz + zx)(x^{n-2} + y^{n-2} + z^{n-2})$
  $+ xyz(x^{n-3} + y^{n-3} + z^{n-3})$