数学 III

複素数平面

半直線のなす角

2014/12/15,16

例題：角と相似

３点 A(α), B(β), C(γ) を頂点とする △ABC と、３点 A$'(\alpha')$, B$'(\beta')$, C$'(\gamma')$ を頂点とする △A$'$B$'$C$'$ について、次のことが成り立つことを証明せよ。

例題：角と相似

３点 A(α), B(β), C(γ) を頂点とする △ABC と、３点 A′(α'), B′(β'), C′(γ') を頂点とする △A′B′C′ について、次のことが成り立つことを証明せよ。

$$\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\frac{\gamma'-\alpha'}{\beta'-\alpha'} \Longrightarrow \triangle \mathrm{ABC} \backsim \triangle \mathrm{A'B'C'}$$

例題：角と相似（証明）

証）仮定から

$$\left|\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}\right|=\left|\frac{\gamma'-\alpha'}{\beta'-\alpha'}\right|,\ \arg\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\arg\frac{\gamma'-\alpha'}{\beta'-\alpha'}$$

例題：角と相似（証明）

証）仮定から

$$\left|\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}\right| = \left|\frac{\gamma'-\alpha'}{\beta'-\alpha'}\right|, \ \arg\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha} = \arg\frac{\gamma'-\alpha'}{\beta'-\alpha'}$$

ゆえに $\dfrac{|\gamma-\alpha|}{|\beta-\alpha|} = \dfrac{|\gamma'-\alpha'|}{|\beta'-\alpha'|}$, $\angle\beta\alpha\gamma = \angle\beta'\alpha'\gamma'$

例題：角と相似（証明）

証）仮定から

$$\left|\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}\right| = \left|\frac{\gamma'-\alpha'}{\beta'-\alpha'}\right|,\ \arg\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha} = \arg\frac{\gamma'-\alpha'}{\beta'-\alpha'}$$

ゆえに $\dfrac{|\gamma-\alpha|}{|\beta-\alpha|} = \dfrac{|\gamma'-\alpha'|}{|\beta'-\alpha'|},\ \angle\beta\alpha\gamma = \angle\beta'\alpha'\gamma'$

よって $\mathsf{AC} : \mathsf{AB} = \mathsf{A'C'} : \mathsf{A'B'},\ \angle\mathsf{BAC} = \angle\mathsf{B'A'C'}$

例題：角と相似（証明）

証）仮定から

$$\left|\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}\right| = \left|\frac{\gamma'-\alpha'}{\beta'-\alpha'}\right|, \ \arg\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha} = \arg\frac{\gamma'-\alpha'}{\beta'-\alpha'}$$

ゆえに $\dfrac{|\gamma-\alpha|}{|\beta-\alpha|} = \dfrac{|\gamma'-\alpha'|}{|\beta'-\alpha'|}, \ \angle\beta\alpha\gamma = \angle\beta'\alpha'\gamma'$

よって $\mathsf{AC} : \mathsf{AB} = \mathsf{A'C'} : \mathsf{A'B'}, \ \angle\mathsf{BAC} = \angle\mathsf{B'A'C'}$

すなわち $\mathsf{AC} : \mathsf{A'C'} = \mathsf{AB} : \mathsf{A'B'}, \ \angle\mathsf{BAC} = \angle\mathsf{B'A'C'}$

例題：角と相似（証明）

証）仮定から

$$\left|\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}\right| = \left|\frac{\gamma'-\alpha'}{\beta'-\alpha'}\right|, \ \arg\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha} = \arg\frac{\gamma'-\alpha'}{\beta'-\alpha'}$$

ゆえに $\dfrac{|\gamma-\alpha|}{|\beta-\alpha|} = \dfrac{|\gamma'-\alpha'|}{|\beta'-\alpha'|}$, $\angle\beta\alpha\gamma = \angle\beta'\alpha'\gamma'$

よって $\mathrm{AC} : \mathrm{AB} = \mathrm{A'C'} : \mathrm{A'B'}$, $\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{B'A'C'}$

すなわち $\mathrm{AC} : \mathrm{A'C'} = \mathrm{AB} : \mathrm{A'B'}$, $\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{B'A'C'}$

$\triangle\mathrm{ABC}$ と $\triangle\mathrm{A'B'C'}$ において、２組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから

例題：角と相似（証明）

証）仮定から

$$\left|\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}\right|=\left|\frac{\gamma'-\alpha'}{\beta'-\alpha'}\right|,\ \arg\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\arg\frac{\gamma'-\alpha'}{\beta'-\alpha'}$$

ゆえに $\dfrac{|\gamma-\alpha|}{|\beta-\alpha|}=\dfrac{|\gamma'-\alpha'|}{|\beta'-\alpha'|},\ \angle\beta\alpha\gamma=\angle\beta'\alpha'\gamma'$

よって $\mathrm{AC}:\mathrm{AB}=\mathrm{A'C'}:\mathrm{A'B'},\ \angle\mathrm{BAC}=\angle\mathrm{B'A'C'}$

すなわち $\mathrm{AC}:\mathrm{A'C'}=\mathrm{AB}:\mathrm{A'B'},\ \angle\mathrm{BAC}=\angle\mathrm{B'A'C'}$

$\triangle\mathrm{ABC}$ と $\triangle\mathrm{A'B'C'}$ において、２組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle\mathrm{ABC}\backsim\triangle\mathrm{A'B'C'}_{//}$$

練習問題２７

$\triangle$ABC が正三角形であることと、$\triangle$ABC$\backsim$$\triangle$BCA となることは同値である。このことを用いて、異なる３点 A(α), B(β), C(γ) を頂点とする $\triangle$ABC について、次の３つのことは同値であることを示せ。

練習問題２７

$\triangle$ABC が正三角形であることと、$\triangle$ABC$\backsim$$\triangle$BCA となることは同値である。このことを用いて、異なる３点 A(α), B(β), C(γ) を頂点とする $\triangle$ABC について、次の３つのことは同値であることを示せ。

① $\triangle$ABC が正三角形

練習問題２７

△ABC が正三角形であることと、△ABC∽△BCA となることは同値である。このことを用いて、異なる３点 A(α), B(β), C(γ) を頂点とする △ABC について、次の３つのことは同値であることを示せ。

① △ABC が正三角形

② 等式 $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\dfrac{\alpha-\beta}{\gamma-\beta}$ が成り立つ。

練習問題２７

$\triangle$ABC が正三角形であることと、$\triangle$ABC$\backsim\triangle$BCA となることは同値である。このことを用いて、異なる３点 A(α), B(β), C(γ) を頂点とする $\triangle$ABC について、次の３つのことは同値であることを示せ。

① $\triangle$ABC が正三角形

② 等式 $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\dfrac{\alpha-\beta}{\gamma-\beta}$ が成り立つ。

③ 等式 $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-\alpha\beta-\beta\gamma-\gamma\alpha=0$ が成り立つ。

練習問題２７：解答

証）①$\Leftrightarrow$②
先の例題の証明の流れを逆に読むことより、

$$\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\frac{\gamma'-\alpha'}{\beta'-\alpha'} \Longleftarrow \triangle\mathrm{ABC}\backsim\triangle\mathrm{A'B'C'}$$

が成り立つので、先の例題と合わせて

$$①\triangle\mathrm{ABC}\text{ が正三角形}\Leftrightarrow\triangle\mathrm{ABC}\backsim\triangle\mathrm{BCA}\Leftrightarrow ②\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\frac{\alpha-\beta}{\gamma-\beta}$$

練習問題２７：解答

証）続き ② ⇔ ③
仮定より $\alpha \neq \beta,\ \beta \neq \gamma$ であるから、

$$
\begin{aligned}
②\ \frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha} = \frac{\alpha-\beta}{\gamma-\beta} &\Leftrightarrow (\gamma-\alpha)(\gamma-\beta)+(\alpha-\beta)=0 \\
&\Leftrightarrow ③\ \alpha^2+\beta^2+\gamma^2-\alpha\beta-\beta\gamma-\gamma\alpha=0
\end{aligned}
$$

以上より、①, ②, ③ は同値である。//

回転角が特別な場合

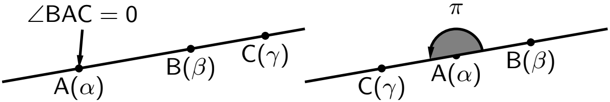
回転角 $\angle\beta\alpha\gamma$ が、特別な値をとる場合を考える。

回転角が特別な場合

回転角 $\angle\beta\alpha\gamma$ が、特別な値をとる場合を考える。
$\angle\beta\alpha\gamma$ が 0 または π であるのは、３点 A(α), B(β), C(γ) が一直線上にあるときである。これは、$\arg\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ が 0 または π であるとき、すなわち $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ が実数のときである。

回転角が特別な場合

回転角 $\angle\beta\alpha\gamma$ が、特別な値をとる場合を考える。
$\angle\beta\alpha\gamma$ が 0 または π であるのは、３点 A(α), B(β), C(γ) が一直線上にあるときである。これは、$\arg\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ が 0 または π であるとき、すなわち $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ が実数のときである。

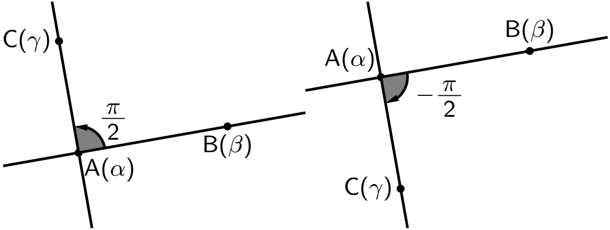


回転角が特別な場合

また、$\angle\beta\alpha\gamma$ が $\dfrac{\pi}{2}$ または $-\dfrac{\pi}{2}$ であるのは、２直線 AB, AC が垂直に交わるときである。これは、$\arg\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ が $\dfrac{\pi}{2}$ または $-\dfrac{\pi}{2}$ であるとき、すなわち $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ が純虚数のときである。

回転角が特別な場合

また、$\angle\beta\alpha\gamma$ が $\dfrac{\pi}{2}$ または $-\dfrac{\pi}{2}$ であるのは、２直線 AB, AC が垂直に交わるときである。これは、$\arg\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ が $\dfrac{\pi}{2}$ または $-\dfrac{\pi}{2}$ であるとき、すなわち $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ が純虚数のときである。



回転角が特別な場合

定理

回転角が特別な場合

定理

３点 A, B, C が一直線上にある $\Longleftrightarrow \dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ **が実数**

回転角が特別な場合

定理

３点 A, B, C が一直線上にある $\iff \dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ **が実数**

２直線 AB, AC が垂直に交わる $\iff \dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ **が純虚数**

回転角が特別な場合

定理

３点 A, B, C が一直線上にある $\iff \dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ **が実数**

２直線 AB, AC が垂直に交わる $\iff \dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ **が純虚数**

２直線 AB, CD が垂直に交わる $\iff \dfrac{\delta-\gamma}{\beta-\alpha}$ **が純虚数**

練習問題２８

c, d は実数の定数とする。
$\alpha = 3 + 2i,\ \beta = 6 - i,\ \gamma = c + 6i,\ \delta = d - 4i$ を表す点を、それぞれ A, B, C, D とするとき、次の問いに答えよ。

練習問題２８

c, d は実数の定数とする。
$\alpha = 3 + 2i,\ \beta = 6 - i,\ \gamma = c + 6i,\ \delta = d - 4i$ を表す点を、それぞれ A, B, C, D とするとき、次の問いに答えよ。

(1) ３点 A, B, C が一直線上にあるように、実数 c の値を定めよ。

練習問題２８

c, d は実数の定数とする。
$\alpha = 3 + 2i,\ \beta = 6 - i,\ \gamma = c + 6i,\ \delta = d - 4i$ を表す点を、それぞれ A, B, C, D とするとき、次の問いに答えよ。

(1) ３点 A, B, C が一直線上にあるように、実数 c の値を定めよ。

(2) (1) で求めた c の値に対して、２直線 AD, BC が垂直に交わるように、実数 d の値を定めよ。

練習問題２８：解答 (1)

$$\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha} = \frac{(c+6i)-(3+2i)}{(6-i)-(3+2i)} = \frac{c-3+4i}{3-3i} = \frac{1}{3}\,\frac{c-3+4i}{1-i}$$

練習問題２８：解答 (1)

$$\begin{aligned}\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha} &= \frac{(c+6i)-(3+2i)}{(6-i)-(3+2i)} = \frac{c-3+4i}{3-3i} = \frac{1}{3}\,\frac{c-3+4i}{1-i} \\ &= \frac{1}{3}\,\frac{(c-3+4i)(1+i)}{2} = \frac{1}{6}\{c-3-4+(c-3+4)i\}\end{aligned}$$

練習問題２８：解答 (1)

$$\begin{aligned}
\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha} &= \frac{(c+6i)-(3+2i)}{(6-i)-(3+2i)} = \frac{c-3+4i}{3-3i} = \frac{1}{3}\,\frac{c-3+4i}{1-i} \\
&= \frac{1}{3}\,\frac{(c-3+4i)(1+i)}{2} = \frac{1}{6}\{c-3-4+(c-3+4)i\} \\
&= \frac{1}{6}\{c-7+(c+1)i\}
\end{aligned}$$

練習問題２８：解答 (1)

$$\begin{aligned}\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha} &= \frac{(c+6i)-(3+2i)}{(6-i)-(3+2i)} = \frac{c-3+4i}{3-3i} = \frac{1}{3}\,\frac{c-3+4i}{1-i} \\ &= \frac{1}{3}\,\frac{(c-3+4i)(1+i)}{2} = \frac{1}{6}\{c-3-4+(c-3+4)i\} \\ &= \frac{1}{6}\{c-7+(c+1)i\}\end{aligned}$$

３点 A, B, C が一直線上にあるとき、$\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ は実数であるから

$c+1=0 \Leftrightarrow \underline{\mathbf{c=-1}}$

練習問題２８：解答 (2)

$$\frac{\gamma-\beta}{\delta-\alpha} = \frac{(-1+6i)-(6-i)}{(d-4i)-(3+2i)} = \frac{-7+7i}{d-3-6i}$$

練習問題２８：解答 (2)

$$\begin{aligned}\frac{\gamma-\beta}{\delta-\alpha} &= \frac{(-1+6i)-(6-i)}{(d-4i)-(3+2i)} = \frac{-7+7i}{d-3-6i} \\ &= \frac{-7(1-i)(d-3+6i)}{(d-3)^2+36}\end{aligned}$$

練習問題２８：解答 (2)

$$\begin{aligned}\frac{\gamma-\beta}{\delta-\alpha} &= \frac{(-1+6i)-(6-i)}{(d-4i)-(3+2i)} = \frac{-7+7i}{d-3-6i} \\ &= \frac{-7(1-i)(d-3+6i)}{(d-3)^2+36} \\ &= \frac{-7}{(d-3)^2+36}\{d-3+6-(d-3)i+6i\}\end{aligned}$$

練習問題２８：解答 (2)

$$\begin{aligned}\frac{\gamma-\beta}{\delta-\alpha} &= \frac{(-1+6i)-(6-i)}{(d-4i)-(3+2i)} = \frac{-7+7i}{d-3-6i} \\ &= \frac{-7(1-i)(d-3+6i)}{(d-3)^2+36} \\ &= \frac{-7}{(d-3)^2+36}\{d-3+6-(d-3)i+6i\} \\ &= \frac{-7}{(d-3)^2+36}\{d+3-(d-9)i\}\end{aligned}$$

練習問題２８：解答 (2)

$$
\begin{aligned}
\frac{\gamma-\beta}{\delta-\alpha} &= \frac{(-1+6i)-(6-i)}{(d-4i)-(3+2i)} = \frac{-7+7i}{d-3-6i} \\
&= \frac{-7(1-i)(d-3+6i)}{(d-3)^2+36} \\
&= \frac{-7}{(d-3)^2+36}\{d-3+6-(d-3)i+6i\} \\
&= \frac{-7}{(d-3)^2+36}\{d+3-(d-9)i\}
\end{aligned}
$$

２直線 AD, BC が垂直に交わるとき、$\dfrac{\gamma-\beta}{\delta-\alpha}$ は純虚数であるから $d+3=0 \Leftrightarrow \underline{\mathbf{d=-3}}$

例題：三角形の角

異なる３つの複素数 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ の間に、等式

$$\sqrt{3}\gamma - i\beta = (\sqrt{3} - i)\alpha$$

が成り立つとき、３点 $\mathrm{A}(\alpha),\ \mathrm{B}(\beta),\ \mathrm{C}(\gamma)$ を頂点とする $\triangle\mathrm{ABC}$ の３つの角の大きさを求めよ。

例題：三角形の角

異なる３つの複素数 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ の間に、等式

$$\sqrt{3}\gamma - i\beta = (\sqrt{3} - i)\alpha$$

が成り立つとき、３点 $\mathrm{A}(\alpha),\ \mathrm{B}(\beta),\ \mathrm{C}(\gamma)$ を頂点とする $\triangle\mathrm{ABC}$ の３つの角の大きさを求めよ。
※ヒント

例題：三角形の角

異なる３つの複素数 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ の間に、等式

$$\sqrt{3}\gamma - i\beta = (\sqrt{3} - i)\alpha$$

が成り立つとき、３点 $\mathrm{A}(\alpha),\ \mathrm{B}(\beta),\ \mathrm{C}(\gamma)$ を頂点とする $\triangle\mathrm{ABC}$ の３つの角の大きさを求めよ。

※ヒント

$\dfrac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}$ の値から、$\angle\mathrm{A}$ の大きさ、２辺 AB, AC の比を求める。

例題：三角形の角（解答）

等式から $\sqrt{3}(\gamma - \alpha) = i(\beta - \alpha)$

例題：三角形の角（解答）

等式から $\sqrt{3}(\gamma-\alpha)=i(\beta-\alpha)$

ゆえに $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}i$

例題：三角形の角（解答）

等式から $\sqrt{3}(\gamma - \alpha) = i(\beta - \alpha)$

ゆえに $\dfrac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} i$

これは純虚数であるから、２直線 AB, AC は垂直に交わり

$\angle \mathrm{A} = \dfrac{\pi}{2}$

例題：三角形の角（解答）

等式から $\sqrt{3}(\gamma-\alpha)=i(\beta-\alpha)$

ゆえに $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}i$

これは純虚数であるから、２直線 AB, AC は垂直に交わり

$\boldsymbol{\angle \mathrm{A}=\dfrac{\pi}{2}}$

また、$\left|\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}\right|=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ であるから、$|\beta-\alpha|=\sqrt{3}|\gamma-\alpha|$

例題：三角形の角（解答）

等式から $\sqrt{3}(\gamma-\alpha)=i(\beta-\alpha)$

ゆえに $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}i$

これは純虚数であるから、２直線 AB, AC は垂直に交わり

$\angle \mathrm{A}=\dfrac{\pi}{2}$

また、$\left|\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}\right|=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ であるから、$|\beta-\alpha|=\sqrt{3}|\gamma-\alpha|$

$\mathrm{AB}=\sqrt{3}\mathrm{AC}$ であるから、$\mathrm{AB}:\mathrm{AC}=\sqrt{3}:1$

例題：三角形の角（解答）

等式から $\sqrt{3}(\gamma-\alpha)=i(\beta-\alpha)$

ゆえに $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}i$

これは純虚数であるから、２直線 AB, AC は垂直に交わり

$\underline{\angle\mathrm{A}=\dfrac{\pi}{2}}$

また、$\left|\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}\right|=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ であるから、$|\beta-\alpha|=\sqrt{3}|\gamma-\alpha|$

$\mathrm{AB}=\sqrt{3}\mathrm{AC}$ であるから、$\mathrm{AB}:\mathrm{AC}=\sqrt{3}:1$

よって $\underline{\angle\mathrm{B}=\dfrac{\pi}{6},\ \angle\mathrm{C}=\dfrac{\pi}{3}}$

練習問題２９

異なる３つの複素数 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ の間に、等式

$$\alpha + i\beta = (1+i)\gamma$$

が成り立つとき、３点 $\mathrm{A}(\alpha),\ \mathrm{B}(\beta),\ \mathrm{C}(\gamma)$ を頂点とする $\triangle\mathrm{ABC}$ の３つの角の大きさを求めよ。

練習問題２９：解答

等式から $\alpha - \gamma = -(\beta - \gamma)i$

練習問題２９：解答

等式から $\alpha - \gamma = -(\beta - \gamma)i$

ゆえに $\dfrac{\alpha - \gamma}{\beta - \gamma} = -i$

練習問題２９：解答

等式から $\alpha - \gamma = -(\beta - \gamma)i$

ゆえに $\dfrac{\alpha - \gamma}{\beta - \gamma} = -i$

これは純虚数であるから、２直線 CB, CA は垂直に交わり

$\angle C = \dfrac{\pi}{2}$

練習問題２９：解答

等式から $\alpha-\gamma=-(\beta-\gamma)i$

ゆえに $\dfrac{\alpha-\gamma}{\beta-\gamma}=-i$

これは純虚数であるから、２直線 CB, CA は垂直に交わり

$\angle \mathrm{C}=\dfrac{\pi}{2}$

また、$\left|\dfrac{\alpha-\gamma}{\beta-\gamma}\right|=1$ であるから、$|\alpha-\gamma|=|\beta-\gamma|$ より

練習問題２９：解答

等式から $\alpha-\gamma=-(\beta-\gamma)i$

ゆえに $\dfrac{\alpha-\gamma}{\beta-\gamma}=-i$

これは純虚数であるから、２直線 CB, CA は垂直に交わり

$\angle\mathrm{C}=\dfrac{\pi}{2}$

また、$\left|\dfrac{\alpha-\gamma}{\beta-\gamma}\right|=1$ であるから、$|\alpha-\gamma|=|\beta-\gamma|$ より

$\mathrm{CB}=\mathrm{CA}$ となり、△ABC は C を直角とする直角二等辺三角形

練習問題２９：解答

等式から $\alpha-\gamma=-(\beta-\gamma)i$

ゆえに $\dfrac{\alpha-\gamma}{\beta-\gamma}=-i$

これは純虚数であるから、２直線 CB, CA は垂直に交わり

$\underline{\angle C=\dfrac{\pi}{2}}$

また、$\left|\dfrac{\alpha-\gamma}{\beta-\gamma}\right|=1$ であるから、$|\alpha-\gamma|=|\beta-\gamma|$ より

$\mathrm{CB}=\mathrm{CA}$ となり、△ABC は C を直角とする直角二等辺三角形

よって $\underline{\angle B=\dfrac{\pi}{4},\ \angle C=\dfrac{\pi}{4}}$